

# [MACIERZATOR24]

*Gazetka redagowana przez Kolo Naukowe Matematyków Uniwersytetu Śląskiego*



Interesującego roku akademickiego  
2009/2010,  
porywających wykładów  
oraz ciekawych wykładowców  
życzy redakcja.

## [Nie mogę Ci pomóc - jestem koniem]

*Czyli gdzie, kiedy, jak i o co prosić*

Zapewne każdemu z nas kiedyś zdarzyła się następująca sytuacja – rzućni w nowe otoczenie, pozbawieni oparcia, punktu odniesienia, znajomych i znajomości, przychodzimy w losowo wybrane miejsce po to tylko, by usłyszeć zdanie będące jednocześnie tytułem tego artykułu. Na prośbę więc Konia Jeremiasza, zmęczonego powtarzaniem tego zdania wciąż i wciąż, zamieszczamy poniżej krótki wypis miejsc, o których każdy student Uniwersytetu Śląskiego wiedzieć powinien.

Prawo numer jeden – nie ma głupich pytań. Nie istnieją. Każdy kiedyś przychodził na uczelnię i zastanawiał się, czy powinien zdejmować kapelusz przy przechodzeniu obok kosza na śmieci – bo a nuż kosz też ma wyższe wykształcenie i będą nieprzyjemności. Kosz Teofil pojechał co prawda na stypendium zagraniczne, ale problem pozostaje żywy – i zapytanie o niego, bądź o cokolwiek innego, powiązanego z uczelnią i życiem studenckim choćby i w zupełnie luźny sposób, nie jest niczym zdrożnym.

Pierwszym miejscem do odwiedzenia jest, oczywiście, pokój 524 – pokój Koła Naukowego Matematyków. Obojętnie czego szukacie, rozpoczęcie poszukiwań od rozpytania się o jakieś wskazówki wśród studentów będzie dobrym pomysłem, a w pokoju KNMu prawdopodobieństwo napotkania studenta bywającego na uczelni częściej niż raz na semestr jest nieco większe niż na korytarzu ;) Poza informacjami typowo studenckimi do Koła zapraszamy również tych pragnących dowiedzieć się o matematyce nieco więcej, niż zostaje im powiedziane na zajęciach. Oczywiście, nikt do niczego nie jest tu zmuszany – powietrze w pokoju nie trzeszczy od przerwanych w połowie obliczeń, a z wyznaczania transformat Fouriera wypijanych herbat też już zrezygnowaliśmy. Drzwi pokoju są otwarte dla każdego i polecamy przekonać się osobiście, czy są to progi warte przekroczenia więcej niż jeden raz.

Pozostając w towarzystwie studenckim – następnym miejscem do odwiedzenia będzie Samorząd Studencki z siedzibą niedaleko naszego Wydziału – co prawda trzeba wyjść na śnieg, i mrok, i mróz, i niewiadomość, i zaturę – takiż to świat! Niedobry świat! Lecz nieco lepiej będzie latem. Członkowie Samorządu podobną trasę muszą pokonywać codziennie, więc i my, gdy mamy sprawę, nie powinniśmy się wahać, jeno iść żwawo do tych, którzy mają być naszymi przedstawicielami na wyższych szczeblach, i dochodzić swych praw, pytać i prosić o pomoc, bo koledzy z Samorządu Studenckiego Uniwersytetu Śląskiego pomoc potrafią i - co ważniejsze - chcą. Nie bójmy się zajmować im minutki czy dwóch. A gdyby ktoś chciał, może się pokusić również o wizytę na ich stronie internetowej -

<http://www.samorząd.us.edu.pl> , gdzie zamieszczono nawet informator dla studentów pierwszego roku.

Ostatniego towarzysza studenckiej doli, który winien pomagać tym w swoim otoczeniu, wybierzecie sami – mowa tu oczywiście o starostach grup i starości roku, którzy, zapewniamy, szybko zapoznają się z mechanizmami rządzącymi Uniwersytetem i nabędą wiedzę potrzebną do załatwiania różnych misji, od prostej 'skąd wziąć kredę' do 'zdobyć dowody, że w godzinach X profesor Y skacze na lewej nodze po Instytucie Matematyki, śpiewając hymn Trynidadu i Tobago'.

Idąc szczebel wyżej, kolejnym miejscem do odwiedzenia jest... dziekanat. Wielu studentów zapomina, że to właśnie tam można uzyskać 99% informacji potrzebnych studentowi do przeżycia na uczelni. Pani Ania Szarf, wbrew ogólnie znanemu stereotypowi Pani Z Dziekanatu, zawsze posłuży radą, krnąbrnego osobnika nie zje, z uśmiechem pomoże i na pewno wizyta w dziekanacie nie będzie czasem zmarnowanym.

Są, oczywiście, inne ciekawe przybytki, wiedza o których może się studentom przydać – od Biura Karier po Gazetę Uniwersytecką. Każdy z nich jednak szanowni Czytelnicy poznają sami w toku studiów – a jeśli nie poznają, będzie to oznaczać, że nie był im ów przybytek do życia niezbędny ;) Powyżej wymieniliśmy tylko te podstawowe, które znać należałoby 'od zaraż', bo wiadomo, że najwięcej pytań i rzeczy do załatwienia ma się właśnie na początku roku – potem się to już trochę uspokaja.

Mamy nadzieję, że powyższy artykuł odciąży nieco biednego Konia Jeremiasza i pozwoli mu cieszyć się końskim zdrowiem, a studentom umożliwi wejście na uczelnię w sposób płynny, bezkonfliktowy i możliwie łatwy.

*Niewinny Rosomak*



## [Kiedy sumy cyfr rozwinięć $\pi$ i $e$ są równe?]

Pewnego wieczora, (jeszcze przed wakacjami) podczas nalewania wody do wanny, przyszło mi do głowy pytanie zawarte w tytule. Po szybkiej kąpieli wyskoczyłem z wanny i napisałem prosty program (na szczęście po Święcie Liczby  $\Pi$  na komputerze zostały mi dość duże rozwinięcia dziesiętne tych liczb), który dał mi odpowiedź na to pytanie. Jednak zanim przedstawię odpowiedź - trochę teorii.

Wiadomo, że dowolną liczbę  $a$  z przedziału  $[0, 10)$  można przedstawić w postaci  $a = a_0, a_1 a_2 a_3 \dots$ . Mówiąc sumą cyfr rozwinięcia mam na myśli sumę postaci  $S_a(n) = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$ . Tak zupełnie formalnie tytuł artykułu powinien brzmieć: Dla jakich liczb naturalnych  $n$  sumy  $S_\pi(n)$  oraz  $S_e(n)$  są równe?

Okazuje się, że taka sytuacja (na pierwszych 500 milionach cyfr rozwinięcia) ma miejsce dokładnie 5200 razy. Pierwszy raz taka sytuacja zdarza się na 218 miejscu (dla  $n=218$ , wówczas suma wynosi 987) natomiast 5200-raz taka sytuacja ma miejsce dla  $n= 421\ 662\ 665$  (suma wynosi 1 897 475 038)<sup>1</sup>.

Wykres na stronie obok przedstawia zależność pomiędzy numerem wystąpienia (oznaczymy ją przez  $i$ ) a pozycją, dla której obie sumy są równe  $n$ . Zaskakujące w tym wykresie są dość częste skoki. Przykładowo ostatni skok (przy okazji największy) jest długi na 161 636 618 pozycji (przez ponad 150 milionów pozycji obie sumy nie są sobie równe).

Skoro już jesteśmy przy rozwinięciu dziesiętnym liczby  $\pi$  czy  $e$  można zastanowić się nad takim problemem – czy prawdą jest, że w rozwinięciach tych liczb odnajdziemy dowolne ciągi cyfr? Znowu można napisać prosty program i sprawdzić, że wszystkie 6 cyfrowe ciągi można znaleźć na pierwszych 14 118 313 miejscach rozwinięcia liczby  $\pi$  oraz na 12 108 841 miejscach rozwinięcia liczby  $e$ .<sup>2</sup> Widzimy jednak, że w żaden sposób nawet nie zbliżyliśmy się do udzielenia odpowiedzi.

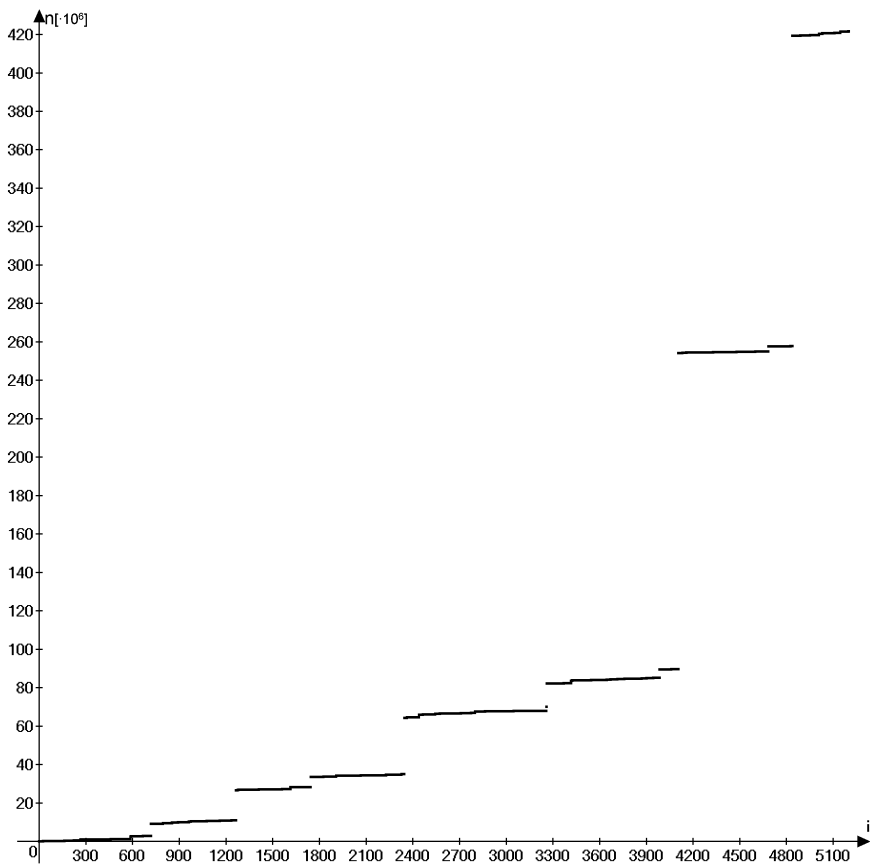
Podobne eksperymenty można przeprowadzić dla innych liczb niewymiernych. W internecie łatwo można znaleźć programy, które dość szybko generują duże rozwinięcia takich liczb. Badanie rozwinięć liczb niewymiernych jest bardzo ciekawe, lecz niestety dość trudne. Dlaczego? Ponieważ w większości przypadków<sup>3</sup> nie ma wzoru na  $n$ -tą cyfrę rozwinięcia dziesiętnego

<sup>1</sup> Analogiczna sytuacja dla  $\sqrt{2}$  i liczby  $e$  ma, na pierwszych 200 milionach cyfr rozwinięcia, miejsce 5179 razy, natomiast dla liczb  $\sqrt{2}$  i  $\pi$  2334 razy (również dla pierwszych 200 milionów cyfr).

<sup>2</sup> Dla  $\sqrt{2}$  ta liczba wynosi 13 043 524.

<sup>3</sup> Tutaj warto wspomnieć o tzw. stałej Liouville'a  $L = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{10^i!}$ , która nie tylko, że jest liczbą niewymierną to jest również liczbą przestępną (podobnie jak  $\pi$  czy  $e$ , ale nie ma tak ciekawego rozwinięcia dziesiętnego).

danej liczby.



*vil*

*Za pomoc w uzyskaniu potrzebnych danych serdecznie  
dziękujemy Panu Doktorowi Krzysztofowi Koziolowi.*

## [Πογραφie – Nicolas Bourbaki]

*Dwa lub trzy monologi, wykrzykiwane najgłośniej jak się dało.  
Wydawałoby się – zupełnie niezależnie od siebie nawzajem.*

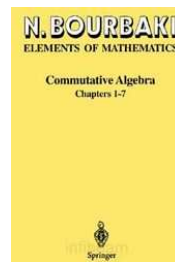
Armand Borel o spotkaniach Kongresu Bourbaki

Dzisiejszy odcinek Πογραφii będzie nieco inny niż dotychczasowe - mianowicie po raz pierwszy pisać będziemy o matematyku działającym do dziś. A nieliczne to osiągnięcie, zważywszy na to, że swą pracę rozpoczął w roku 1935. Siedemdziesiąt cztery lata 'w zawodzie', dziewięciotomowe dzieło 'Elementy matematyki', jak można wywnioskować z cytatu powyżej - Kongresy nazywane jego imieniem, wprowadzenie przynajmniej trzech nowych pojęć i jednego symbolu... Brzmi imponująco? No ja myślę.

Kim więc jest Nicolas Bourbaki? Aby odpowiedzieć na to pytanie, musimy cofnąć się nieco w przeszłość.

W roku 1934 wielu matematyków było niezadowolonych z podręcznika do analizy, który lansował francuski system szkolnictwa. I jeden z nich – Bourbaki właśnie – postanowił naprawić, co złe, i napisać własny podręcznik, przy pomocy którego można by nauczać podstaw analizy matematycznej oraz rachunku różniczkowego i całkowego. Postawił sobie jednak pewne wytyczne – nie chciał, by zrozumienie jego książek wymagało pochłonięcia  $x$  innych pozycji, więc zdecydował, że ponumeruje swe książki i w książce o numerze 'n' jedyne odwołania, jakie się pojawią, będą z książek 'n – 1' i wcześniejszych. Jego plan na podręcznik analizy wyglądał następująco:

- I. Teoria mnogości
- II. Algebra
- III. Topologia
- IV. Funkcje jednej zmiennej rzeczywistej
- V. Przestrzenie liniowo-topologiczne
- VI. Całkowanie



(później dopisał jeszcze tomy – siódmy o algebrze przemiennej, ósmy o grupach Liego i dziewiąty – w 1983 roku! - o teorii spektralnej). Dodatkowo, Bourbaki nie chciał w swych książkach rozumować 'Tak uzyskujemy liczby rzeczywiste, a teraz to uogólnijmy' – on chciał rozumować w drugą stronę. 'Tak uzupełniamy przestrzeń jednostajną, grupę topologiczną, w szczególności tak uzyskujemy liczby rzeczywiste'. Ambitny projekt, nie ma co – tym dziwniejsze, że wypalił.

Co prawda Bourbaki zamierzał wydać swój podręcznik latem roku 1935, a przez swoje restrykcyjne zasady pierwsze sześć tomów ukazało się dopiero w roku 1958 i straciło nieco na aktualności, ale to szczegół.

Bourbaki był również organizatorem tzw. Kongresu Bourbaki (skromna nazwa, co nie?). Ich organizacja – jeśli można o jakiegokolwiek mówić – odbiegała radykalnie od tej przyjętej na większości wszelkiej maści konferencji czy spotkań matematycznych. Nie było żadnego prowadzącego, mówić mógł każdy i każdy mógł mówiącemu w każdej chwili przerwać. Naturalnie, spotkania błyskawicznie zamieniały się we wzajemne przekrzykiwanie się, w czym przodował Jean Dieudonné ze swym, jak to ujął Armand Borel, „stentorowym głosem i skrajnymi opiniami”. Andre Weil twierdził, że Bourbaki bardzo starannie pielęgnował ten zdeorganizowany model swych dyskusji, a pomysł sformalizowania jakoś organizacji tych spotkań nigdy nie przyszedł mu do głowy. Dieudonné powiedział, że ktokolwiek przychodził na to spotkanie po raz pierwszy, odnosił wrażenie, że wszedł na spotkanie szaleńców i nie był w stanie uwierzyć, jak ta grupa przekrzykujących się nawzajem ludzi – nierzadko po trzech, czterech naraz - mogła razem stworzyć cokolwiek sensownego.

Razem? Ale, zaraz... Co 'tworzono razem' na spotkaniach Kongresu Bourbaki?

Przypomina się artykuł pana R.P. Boasa z *Mathematical Reviews*, który przypuszczał, że Bourbaki to tak naprawdę pseudonim grupy matematyków piszących wspólnie. Artykuł spotkał się jednak z ostrą odpowiedzią samego Nicolasa, więc... Więc to niemożliwe, by był on nieprawdziwy... Prawda?



Bourbaki: *Lie groups and Lie algebras*

No cóż, u Francuzów wszystko jest możliwe. Na pomysł wydania podręcznika do analizy wpadł Andre Weil w wieku 27 lat, kompletując dziewięcioosobową grupę podobnych sobie anarchistów. Skąd wzięli nazwisko Nicolas Bourbaki? Otóż - Charles Bourbaki był francuskim generałem. Jednak kolektywny matematyczny organizm swe nazwisko zawdzięcza wojskowemu prawdopodobnie tylko pośrednio - gdy Weil był studentem pierwszego roku, starszy student, Raoul Husson, poprowadził nieobowiązkowy wykład, na którym, przebrany za podstarzałego matematyka, przemawiał po angielsku z silnym akcentem. Przedstawiał on zupełnie absurdalne twierdzenia i sygnował je nazwiskami francuskich wojskowych, a najabsurdalniejsze z nich przezwiał właśnie 'twierdzeniem Bourbakiego'.

Inna hipoteza mówi, że matematycy wybrali właśnie to nazwisko przez żart z powodu katastrofalnej porażki Charlesa Bourbakiego w wojnie francusko-pruskiej. Imię Nicolas wzięto od herosa ze starożytnej Grecji, od którego Charles miał wywodzić swój ród. Ale samo pochodzenie nazwy tej grupy powinno wskazywać na ich dość specyficzne i swobodne poczucie humoru. Które zostało potwierdzone właśnie w oburzonej odpowiedzi Bourbakiego na artykuł pana Boasa, w której domagał się praw do istnienia i oskarżał reportera, że BOAS to kryptonim grupy piszącej dla *Mathematical Reviews*, wprowadzając niemal chaosu tu i tam. Ów podręcznik, nad którym pracowali, bourbakiści nazwali „Elementy matematyki”, i tytuł ten również kryje w sobie pewną ciekawostkę – otóż w języku francuskim 'matematyka' to 'mathematiques', zaś książka została nazwana 'Elements of mathematique'. Brak 's' oznacza tu brak liczby mnogiej i sygnalizuje wiarę bourbakistów w 'jedność' całej matematyki. Grupa Bourbaki przetrwała II wojnę światową, a spotkania Kongresu Bourbaki trwają do dziś. To również bourbakistom zawdzięczamy symbol zbioru pustego oraz pojęcia iniektywności, surjektywności i bijektywności. Więc pomimo faktu, że dziś już niewielkie są szanse na taką aktywność Bourbakiego jak pięćdziesiąt lat temu, pamiętajmy o dziewięciu matematykach-anarchistach, którzy stworzyli potwora... Ahem. Którzy stworzyli coś wielkiego.



cytowany wcześniej  
Armand Borel

*Niewinny Rosomak*

---

## [Z dedykacją dla studentów pierwszego roku]

- Co to jest? Małe, żółte i przemienne?

©Cytownka abelowa

---

## [Stopka redakcyjna]

Kontakt z redakcją bezpośrednio w pokoju KNM (p.524) lub elektronicznie:  
macierzator@knm.katowice.pl [www.macierzator.yoyo.pl](http://www.macierzator.yoyo.pl)

*październik 2009*